

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – febbraio 2022**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \log\left(\frac{x+3}{4-x}\right)$$

Dominio	$E = (-3, 4)$
Positività	$P = (-3, 0) \cup (1/2, 4)$
Intersezioni	$A(0; 0) \quad B(1/2; 0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - \sqrt{x^2 + 3x + 6})$  e  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x^2 - x - 6} - 1}{x^2 - x - 6}$

Soluzioni	$-7/2; 1$
-----------	-----------

**Domanda 3 (punti 3, 3\*\*).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 - 6x - 7}{(x - 3)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{3\}$
Estremi	$M(-1; 0) \quad m(7; 16)$ cresce in $(-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3, 3\*\*).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \log(x^2 + 2x + 2)$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x+1)}{x^2 + 2x + 2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{-2x \cdot (x+2)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-2; \log 2); F_2(0; \log 2)$ convessa in $(-2, 0)$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{2x^3 + 4x^2 + 3x + 5}{x^2 - 6x + 8}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{2, 4\}$
As. verticali	$x = 2$ e $x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2x + 16$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*, 4\*\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot e^{-4x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $x - 4\sqrt{x} + 8\log(\sqrt{x+2})$ $-3 + 8\log \frac{3}{2} \approx 0,24$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{16}e^{-4x} \cdot (4x+1) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*, 4\*\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + y + k \cdot z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 3 \\ 2x + y + k \cdot z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 1; 2$ : incompatibile $k \neq 1; 2$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{1}{2-k}; y = \frac{3k^2 - 10k + 6}{3k^2 - 9k + 6}; z = \frac{3k - 2}{3k^2 - 9k + 6}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*, 6\*\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = 4x^2 - 2x \cdot y + 4x - 4y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x + 3y = 1$ .

Derivate parziali	$f_x = 8x - 2y + 4 \quad f_y = -2x - 4$
Estremi liberi	$S(-2; -6) \quad z = 9 \quad H = -4$
Estremi vincolati	$m(-1/2; 1/2) \quad \lambda = -1 \quad z = -3/2$ $H = -84$

**Domande teoriche.**

- 1) Il teorema di Lagrange con esempio (punti 2, 4\*, 3\*\*)
- 2) Il teorema della permanenza del segno (punti 2, 4\*, 3\*\*)
- 3) Definizione di punto di sella con condizioni necessarie e sufficienti (punti 2, 4\*, 4\*\*)

*Punteggi esercizi solo II parte con I parte svolta a gennaio contrassegnati con \* (solo II parte dopo prova intermedia di novembre con \*\*).*